レポート問題の解答例

問題１：関数 f_1, f_2 に対し，x＝（1，2）における2次のテイラー近似を求めなさい．

$$f_1(x_1,\ x_2) = x_1 \log x_2 - x_2 \log x_1 \qquad f_2(x_1,\ x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1$$

(1,2)における関数値，勾配ベクトル，ヘッセ行列を具体的に計算し，２次のテイラー近似の式に代入すれば求められる

レポート問題の解答例

問題2：関数 $f(x,y)=x^2-xy+2y^2-2x+e^{x+y}$

について次の問題を解きなさい.

(a)勾配ベクトルとヘッセ行列を計算せよ.

(b)原点(0,0)が極小解か否か，最適性条件を用いて判定せよ.

$$\nabla f(x,y)=\begin{pmatrix} 2x-y-2+e^{x+y} \\ -x+4y+e^{x+y} \end{pmatrix}$$

$$Hf(x,y)=\begin{pmatrix} 2+e^{x+y} & -1+e^{x+y} \\ -1+e^{x+y} & 4+e^{x+y} \end{pmatrix}$$

(x,y)=(0,0)のとき $\nabla f(0,0)=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

よって(0,0)は停留点ではないので，極小解でもない

レポート問題の解答例

問題2：関数 $f(x,y)=x^2-xy+2y^2-2x+e^{x+y}$ について次の問題を解きなさい.

(c)関数 f から最後の項 e^{x+y} を削除したときの f に対し，すべての停留点を求めよ. さらに，極小点，極大点，鞍点のいずれであるか，2次の最適性条件を用いて判定せよ.

$g(x,y)=x^2-xy+2y^2-2x$ とおくと，

$$\nabla g(x,y)=\begin{pmatrix} 2x-y-2 \\ -x+4y \end{pmatrix} \qquad Hg(x,y)=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

よって停留点は**(8/7，2/7)**のみ

この点でのヘッセ行列は正定値なので，

この停留点は極小解

レポート問題の解答例

問題3： 対称な2×2行列 A に対し、次の関係を証明せよ。

Aは半正定値 $\Leftrightarrow$ $a_{11} \geqq 0$, $a_{22} \geqq 0$, $a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \geqq 0$

（ヒント：教科書の問題3.7の答えを参考にせよ）

a_{11}またはa_{22}が非ゼロのときは，a_{11}（またはa_{22}）による割り算が出来るので，授業で示した正定値性に関する証明と同様にして証明できる．

$a_{11}=a_{22}=0$のときの証明は，これらの値で割り算が出来ないので注意が必要である．（実は，この場合の証明は簡単）