レポート問題

締め切り: 10 月 22 日（木）13:10 まで. それ以降の提出は 0 点扱いとなります.
情報科学研究科の私の研究室に持ってきても OK.

問題 1.

次の問題を線形計画問題として定式化しなさい（問題を解く必要はない）。

ある金属加工工場 A は、100 トンの金属を 10 日間のうちに加工するという仕事を依頼された。しかし、この工場の処理能力では納期に間に合わないので、他の工場 B, C, D に一部の仕事を外注することにした。各工場において 1 日に処理可能な金属の重量, および 1 日当たりの外注費用は次のようになる。

	工場 A	工場 B	工場 C	工場 D
一日に処理可能な金属の重量（単位：トン）	1	5	10	20
外注費用（単位：百万円）	0	5	25	100

また、工場 A と工場 B では納期までの 10 日間の毎日、金属の加工をすることができる。しかし、工場 C と工場 D において金属の加工をするのはそれぞれ 8 日間まで、という制限がある。以上の制限の下で総費用を最小にするには、各工場で処理する金属の重量をどのように決定すれば良いだろうか？

問題 2.

次の線形計画問題 [P]

$$
[\mathrm{P}] \left\| \begin{array}{lllll}
\text{最小化} & c_1x_1 & +\,c_2x_2 & +\,\cdots & +\,c_nx_n \\
\text{条件} & a_{11}x_1 & +\,a_{12}x_2 & +\,\cdots & +\,a_{1n}x_n = b_1 \\
 & a_{21}x_1 & +\,a_{22}x_2 & +\,\cdots & +\,a_{2n}x_n = b_2 \\
 & \vdots & \vdots & & \vdots \quad \vdots \\
 & a_{m1}x_1 & +\,a_{m2}x_2 & +\,\cdots & +\,a_{mn}x_n = b_m \\
 & & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0\ \cdots, x_n \geq 0 & &
\end{array} \right.
$$

の双対問題が [D] のようになることを以下の手順にしたがって示しなさい。

$$
[\mathrm{D}] \left\| \begin{array}{lllll}
\text{最大化} & b_1y_1 & +\,b_2y_2 & +\,\cdots & +\,b_my_m \\
\text{条件} & a_{11}y_1 & +\,a_{21}y_2 & +\,\cdots & +\,a_{m1}y_m \leq c_1 \\
 & a_{12}y_1 & +\,a_{22}y_2 & +\,\cdots & +\,a_{m2}y_m \leq c_2 \\
 & \vdots & \vdots & & \vdots \quad \vdots \\
 & a_{1n}y_1 & +\,a_{2n}y_2 & +\,\cdots & +\,a_{mn}y_m \leq c_n
\end{array} \right.
$$

(1) 問題 [P] を不等式標準形に変換しなさい (結果だけ書けば良い)。
(2) (1) で得られた問題の双対問題をつくりなさい。(結果だけ書けば良い)
(3) (2) で得られた問題の変数や制約式を整理すると問題 [D] が得られることを示しなさい。

問題 3.

双対問題の双対問題は主問題に一致することを示しなさい.