

学籍番号	名前

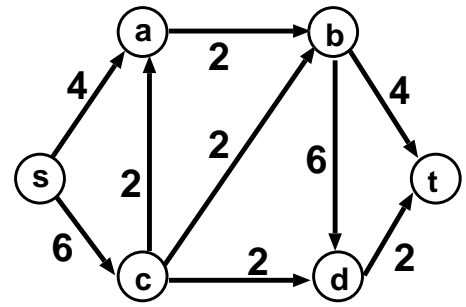
2008年度 数理計画法 期末試験問題 [50点満点]
2009年2月5日(木) 13時00分～14時30分(90分間)

注意事項

1. 講義ノート、参考図書、ノート、電卓、計算機などの持込みは不可。
2. 解答は各設問の下、もしくは右側のページに書くこと。
3. 試験問題は問1から問4までである。

問題 1.[12 点]

右図のネットワークにおいて、頂点 s から t への最大フローを求めたい。なお、各枝の数値はその枝の容量を表しており、また、各枝を流れるフローの値は $x_{sa}, x_{sc}, x_{ab}, \dots$ のように表わされるものとする。



(a) この最大フロー問題を定式化せよ。「最大化... 条件...」の形で、全ての条件を省略せずを書くこと。

(b) s - t カット $(S, T) = (\{s, a, c\}, \{b, d, t\})$ を流れるフロー量の合計値は $x_{ab} + x_{cb} + x_{cd}$ である。この値が、需要点 t に流れ込むフロー量に等しいことを証明せよ。

(c) この問題の最大フローをパス増加法により求めよ。ただし、各枝のフロー量が 0 の初期フローから始めること。アルゴリズムの各反復で用いた残余ネットワーク、選んだ s - t パス、更新した後のフローを省略せずを書くこと。

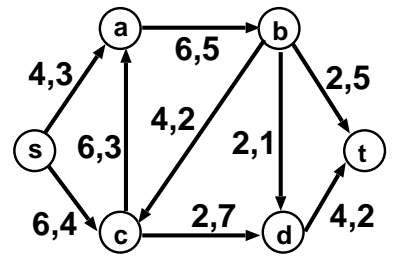
(d) (c) で求めた最大フローに対する残余ネットワークを用いて、上記のネットワークの最小カットを求めよ。答えだけでなく、その計算過程も書くこと。

問題 1 の解答欄

問題 1 の解答欄

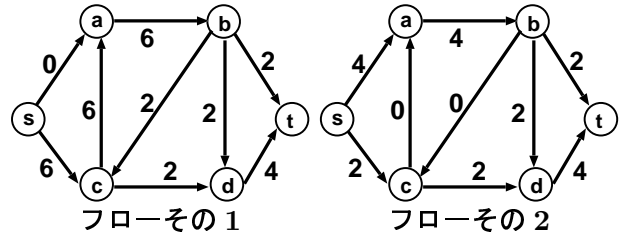
問題 2.[13 点]

(a) 右図のネットワークにおける最小費用フローを求めたい。 t における需要量 (s における供給量) は 6 とする。各枝の左側の数値は容量、右側の数値は費用を表す。



(a-1) この最小費用フロー問題に対し、需要供給を満たすフローの求め方を説明せよ。

(a-2) 右図のフローその 1, その 2 について考える。それぞれのフローに対する残余ネットワークを書け。また、残余ネットワークを用いて、それぞれのフローが最適かどうか判定せよ。その理由も書くこと。



(b) 下記の研究室配属問題は、最小費用フロー問題に帰着して解くことができる。その際、どのようなネットワークをつくれれば良いか、その手順を説明せよ。(最小費用フローを求める必要はない。)

[研究室配属問題] 5人の学生 A, B, C, D, E を 2つの研究室 X, Y に割り当てたい。ただし、各研究室の定員は 3名までとなっている。このとき、学生の満足度の合計を最大にするにはどのように割り当てたら良いか？

満足度	A	B	C	D	E
研究室 X	6	8	5	9	9
研究室 Y	9	1	5	3	7

問題 2 の解答欄

問題 2 の解答欄

問題 3.[13 点]

(a) 関数 $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + y^2 - 2x - y$ に対して、初期点を $(x, y) = (1, 1)$ として最急降下法を適用したときの次の点を求めたい。次の点を求めるための**計算の手順を説明**しながら、次の点を計算せよ。なお、直線探索は厳密に行うこと。

(b) 関数 $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + y^2 - 2x - y$ に対して、初期点を $(x, y) = (1, 1)$ としてニュートン法を適用したときの次の点を求めたい。次の点を求めるための**計算の手順を説明**しながら、次の点を計算せよ。

(c) 最急降下法と比較したときのニュートン法の長所、短所をそれぞれ挙げよ。

問題 3 の解答欄

問題 3 の解答欄

問題 4.[12 点]

(a) 関数 $f(x) = |x|$ が凸関数であることを、凸関数の定義に基づいて証明せよ。なお、 $|x|$ は実数 x の絶対値を表す。

(b) 関数 f の停留点 x が極小点であるための必要条件と十分条件 (2 次の最適性条件) をそれぞれ述べよ。

(c) 関数 $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + y^2 - 5x + 3y + 1$ の停留点を全て求めよ。また、各停留点におけるヘッセ行列を計算せよ。さらに、2 次の最適性条件を用いて、各停留点が極小点であるか否かを判定せよ。

問題 4 の解答欄

問題 4 の解答欄