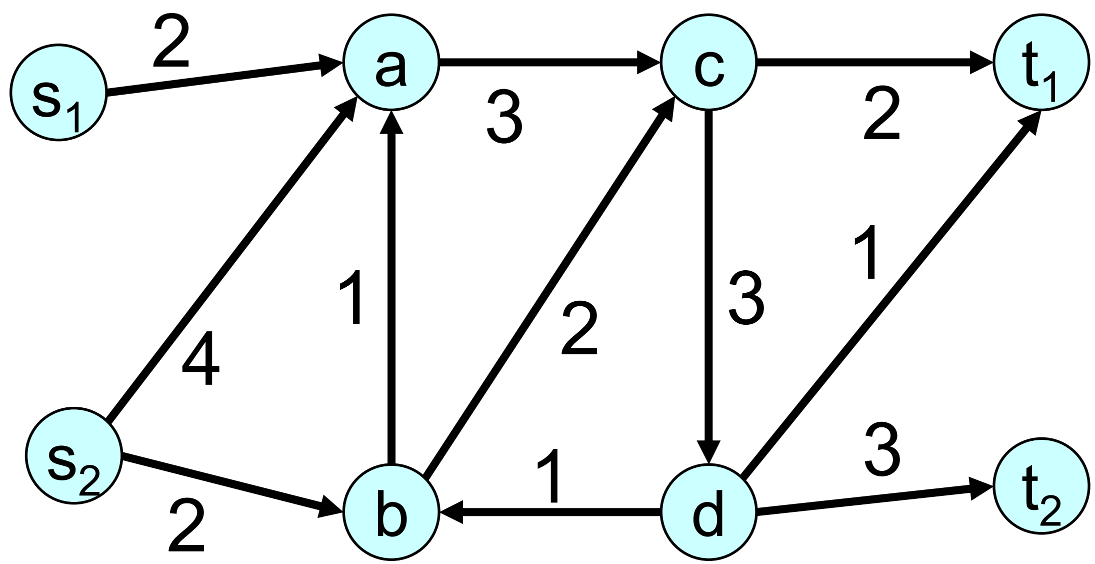
12/13のレポート問題

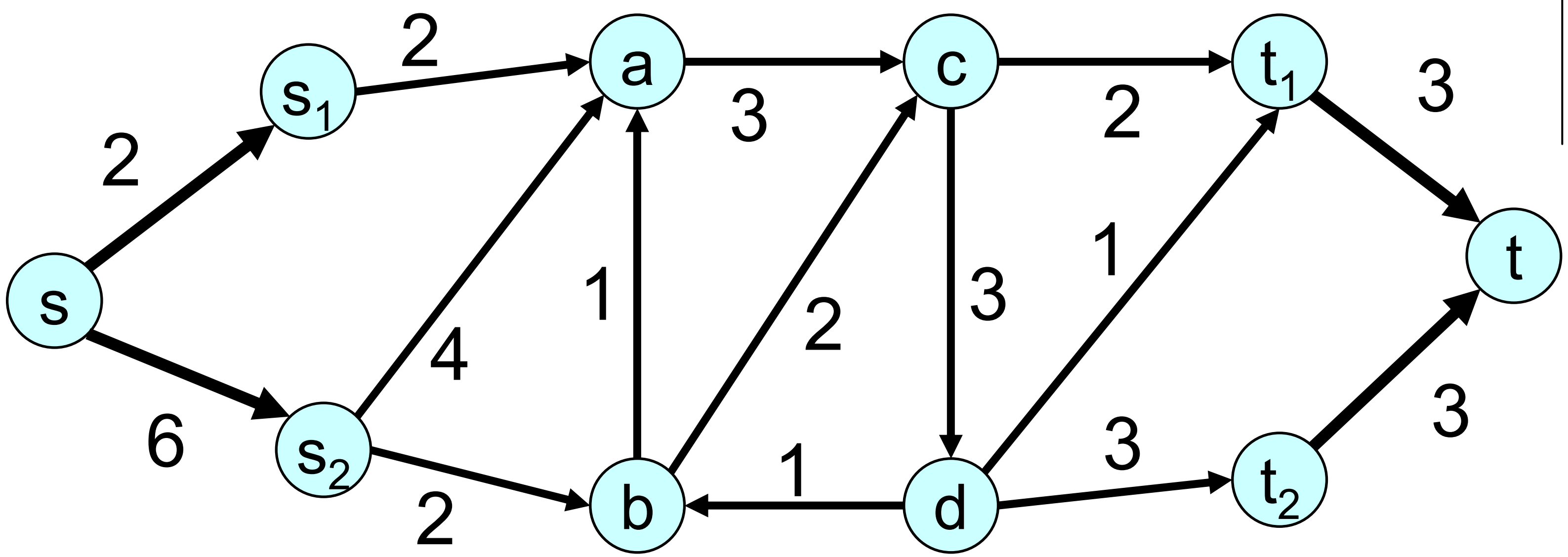
問題１：複数の供給点および複数の需要点をもつ最大フロー問題は，一つの供給点および一つの需要点をもつ最大フロー問題に変換できる．そのやり方について，以下の例を使って説明せよ．

s_1, s_2 は供給点

t_1, t_2 は需要点



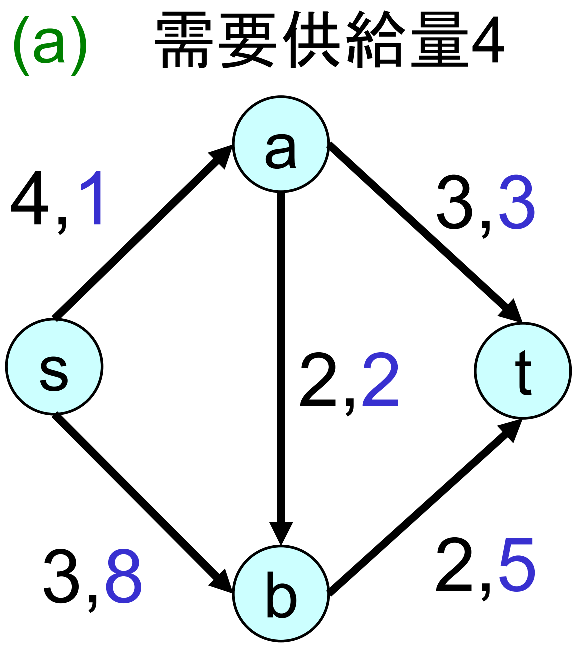
12/13のレポート問題

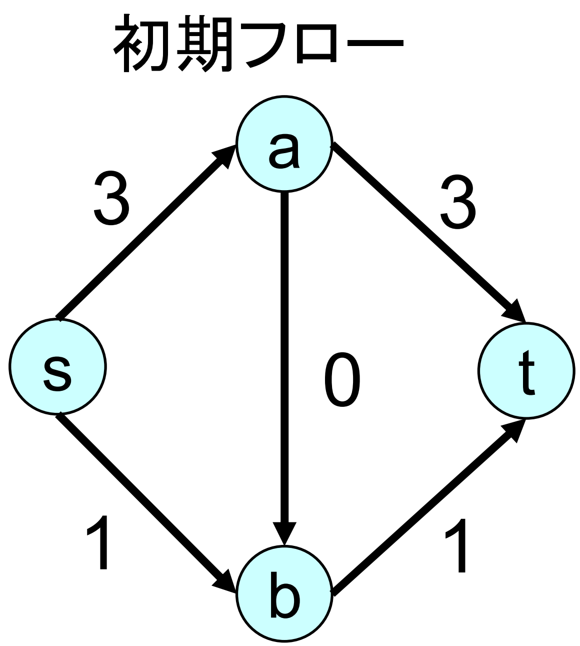


新たな頂点 s, t を用意する.
s からすべての供給点(s_1, s_2)への枝を新たに付ける.
すべての需要点(t_1, t_2)から t への枝を新たに付ける.
新しい枝の容量は，十分に大きな値にすればよい.
（例えば, (s, s_2)の容量は， s_2 から出る枝の容量の和以上にすればよい）

レポート問題

問2：次の最小費用フロー問題に対して、
（1）定式化せよ
（2）与えられた初期フローに対して負閉路消去法を適用し，
最小費用フローを求めよ（途中の計算過程も省略せず書くこと）

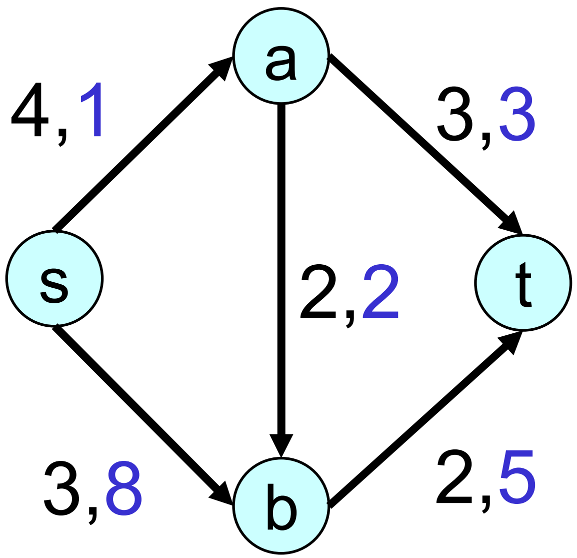




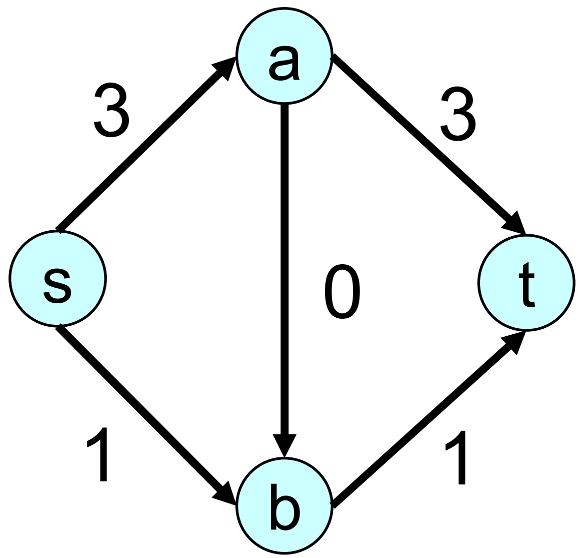
レポート問題

問2： 次の最小費用フロー問題に対して、
（1）定式化せよ
（2）与えられた初期フローに対して負閉路消去法を適用し，
　最小費用フローを求めよ（途中の計算過程も省略せず書くこと）

(a)　需要供給量4



初期フロー



レポート問題の解答例

（1）定式化せよ

最小化 $x_{sa} + 8x_{sb} + 2x_{ab} + 3x_{at} + 5x_{bt}$

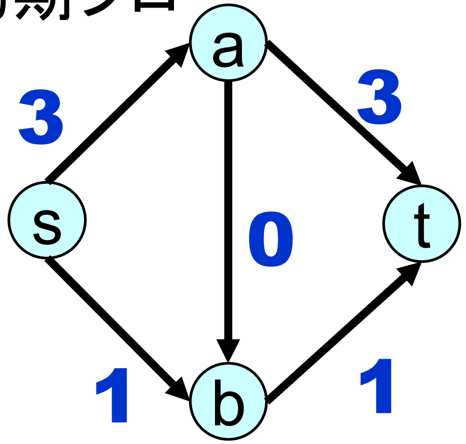
条件

$$
\begin{aligned}
&x_{sa} + x_{sb} = 4 \\
&x_{at} + x_{ab} - x_{sa} = 0 \\
&x_{bt} - x_{sb} - x_{ab} = 0 \\
&-x_{at} - x_{bt} = -4 \\
&0 \le x_{sa} \le 4,\ 0 \le x_{sb} \le 3,\ 0 \le x_{ab} \le 2, \\
&0 \le x_{at} \le 3,\ 0 \le x_{bt} \le 2
\end{aligned}
$$

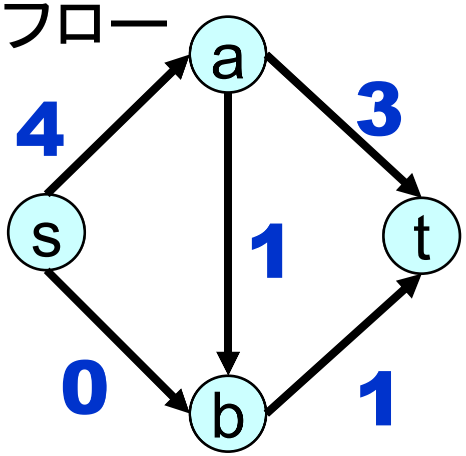
レポート問題の解答例

(2) 与えられた初期フローに対して負閉路消去法を適用し，
最小費用フローを求めよ(途中の計算過程も省略せず書くこと)

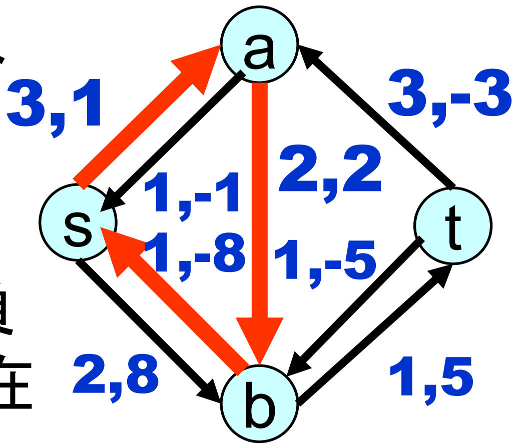
初期フロー



更新後のフロー

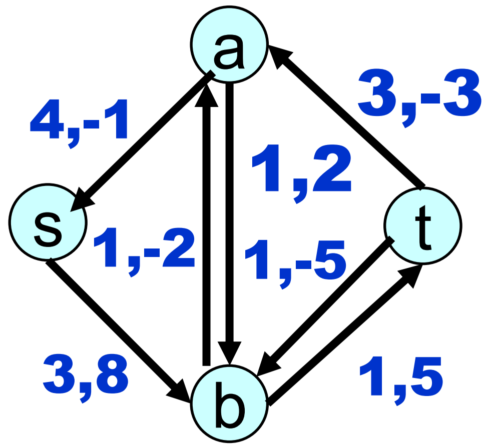


残余ネットワーク



容量1の負閉路が存在

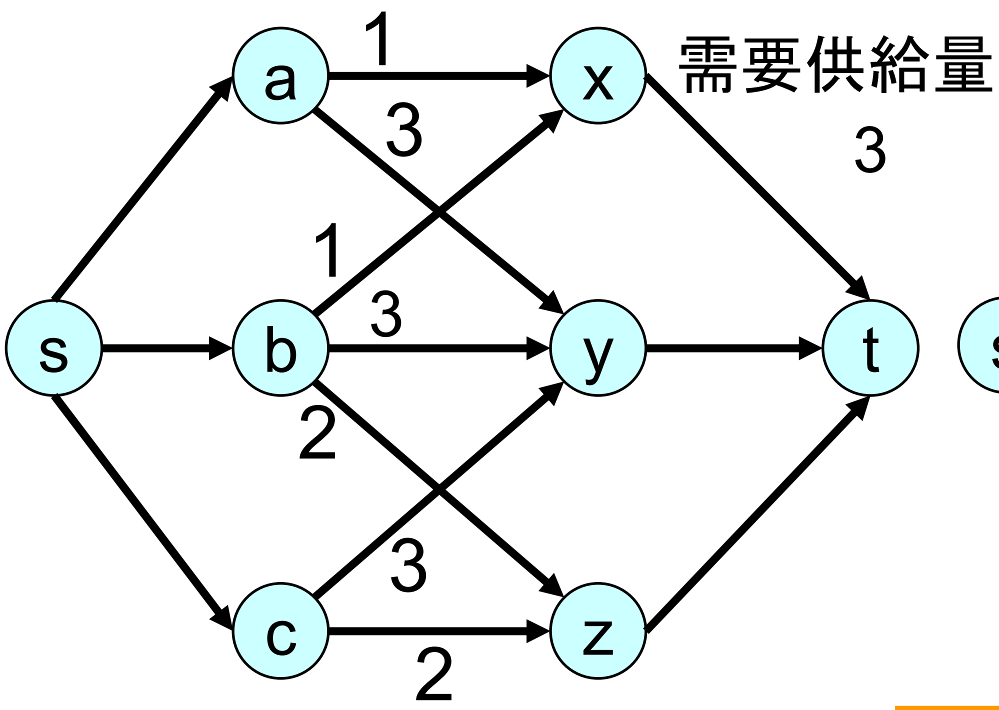
残余ネットワーク



負閉路が存在しないので，現在のフローは最適

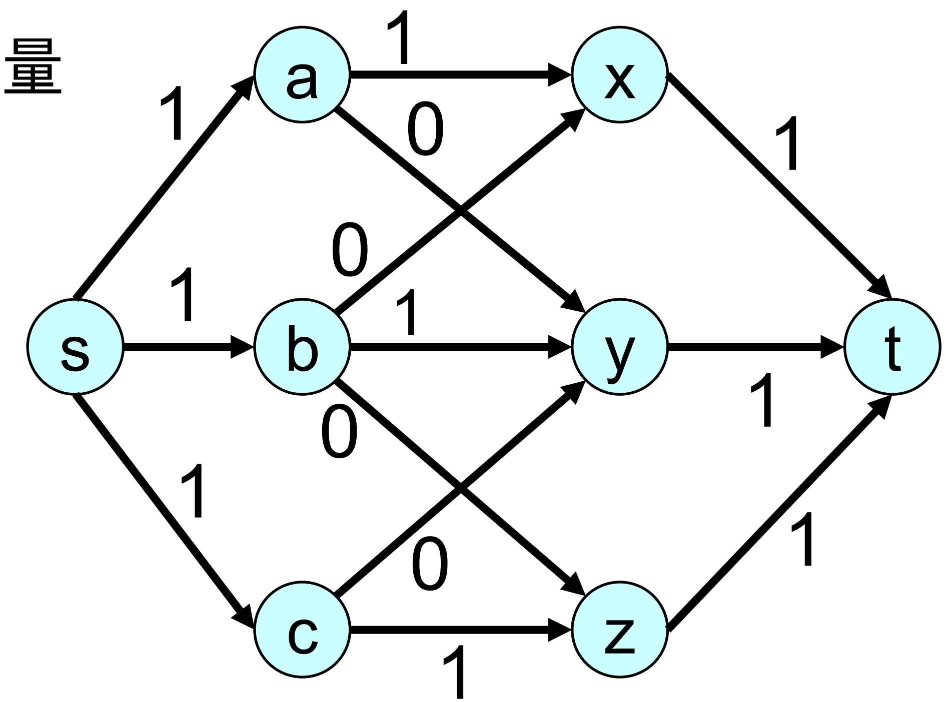
レポート問題

問3：次の最小費用フロー問題に対して、
（1）定式化せよ
（2）負閉路消去法を用いて最小費用フローを求めよ
（途中の計算過程も省略せず書くこと）



各枝の容量は1
s から出る枝と t に入る枝の費用は0
それ以外は各枝の数値を参照

初期フロー



残余ネットワークを作ると負閉路が存在しない➔現在のフローは最適