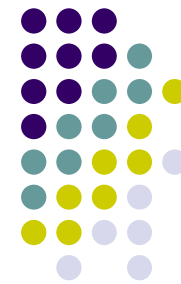
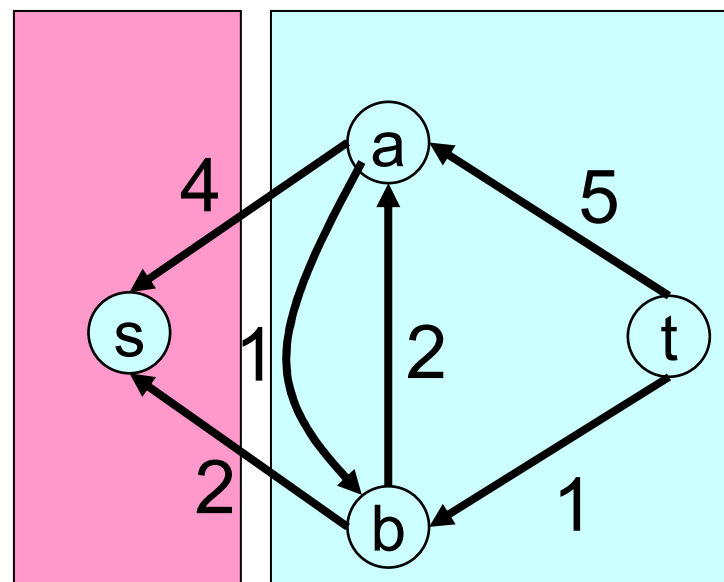
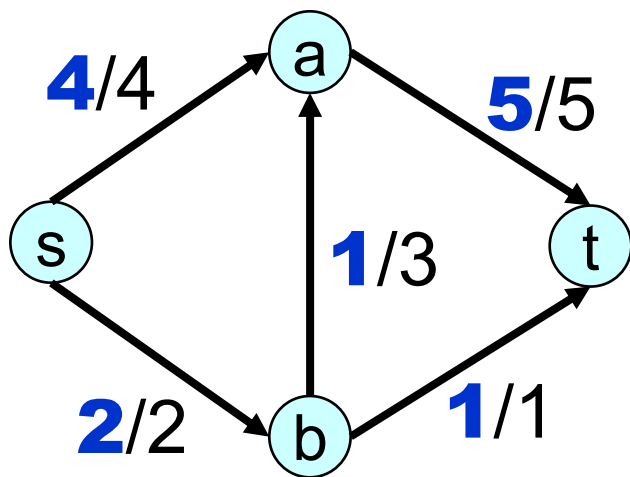


レポート問題



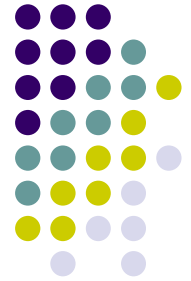
問1 : 下記の図は, 最大フロー問題およびその最大フローを表す.
これらのフローに対し, 残余ネットワークを書きなさい.
また, 授業でやったやり方に従って最小 s-t カットを求めよ

(a)

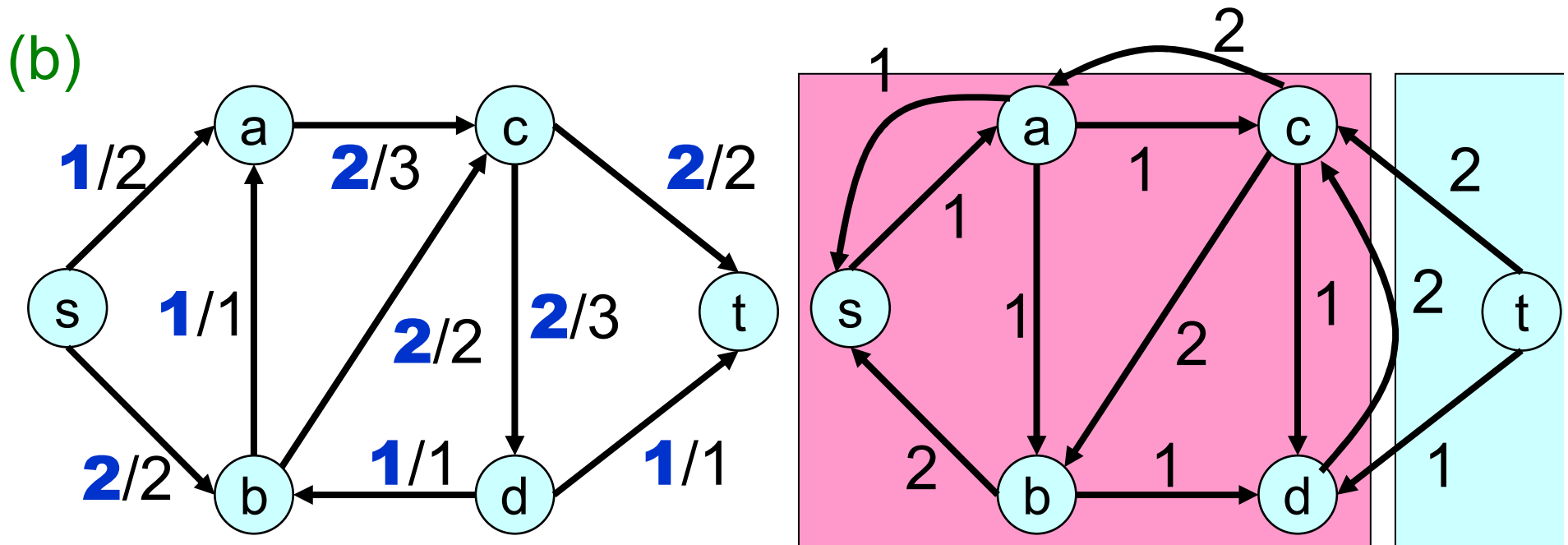


残余ネットワークと最小カット

レポート問題

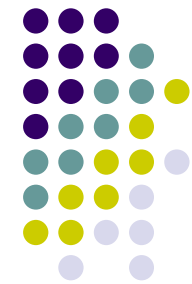


問1 : 下記の図は, 最大フロー問題およびその最大フローを表す.
これらのフローに対し, 残余ネットワークを書きなさい.
また, 授業でやったやり方に従って最小 s-t カットを求めよ



残余ネットワークと最小カット

レポート問題



問2: 図1のようなネットワークとフロー x について考える.
 このフローに対して, 図2のような残余ネットワーク上のフロー y を考えると, 図3のような新しいフロー x' が得られる.
 このとき, 新しいフローが上下限制約および流量保存条件を満たすことを証明せよ. (ヒント: 残余ネットワーク上のフロー y に対する上下限制約および流量保存条件を使う)

図1: 与えられた問題と現在のフロー x

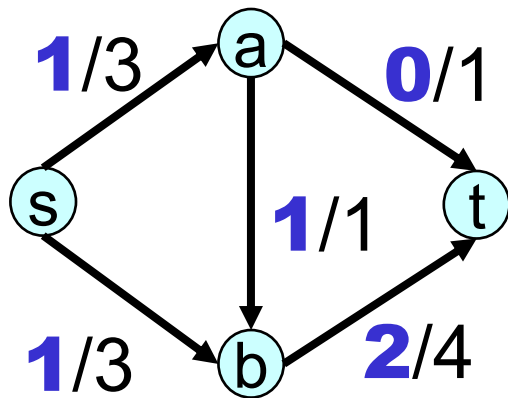


図2: 残余ネットワークとそのフロー y

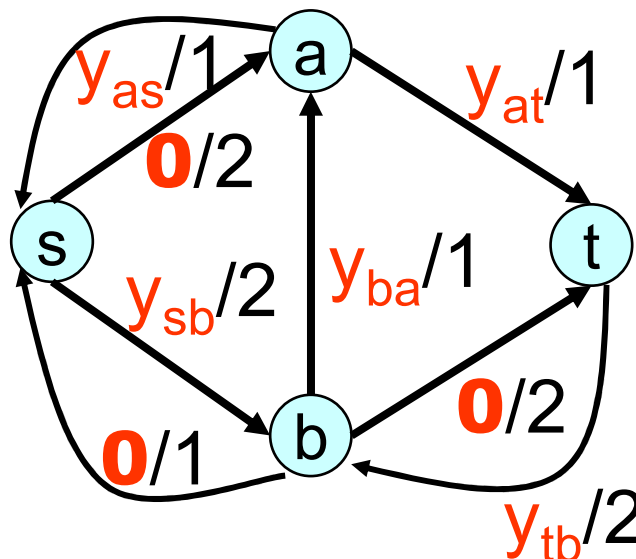
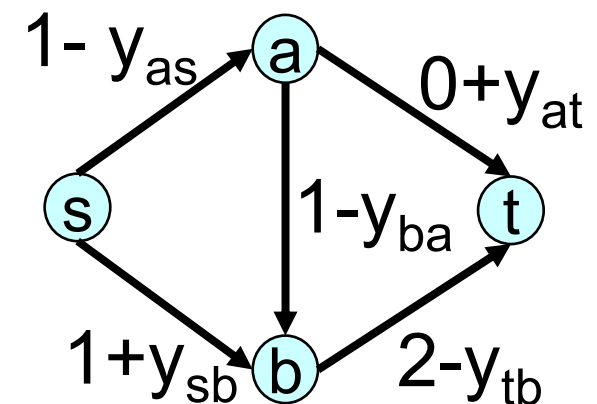


図3: 新しいフロー x'



レポート問題



残余ネットワークでの容量条件より,

$$0 \leq y_{as} \leq 1, 0 \leq y_{sb} \leq 2, 0 \leq y_{at} \leq 1, 0 \leq y_{ba} \leq 1, 0 \leq y_{tb} \leq 2$$

これらの不等式より, $0 \leq 1 - y_{as} \leq 1, 0 \leq 1 + y_{sb} \leq 3, 0 \leq 0 + y_{at} \leq 1,$

$$0 \leq 1 - y_{ba} \leq 1, 0 \leq 2 - y_{tb} \leq 2$$

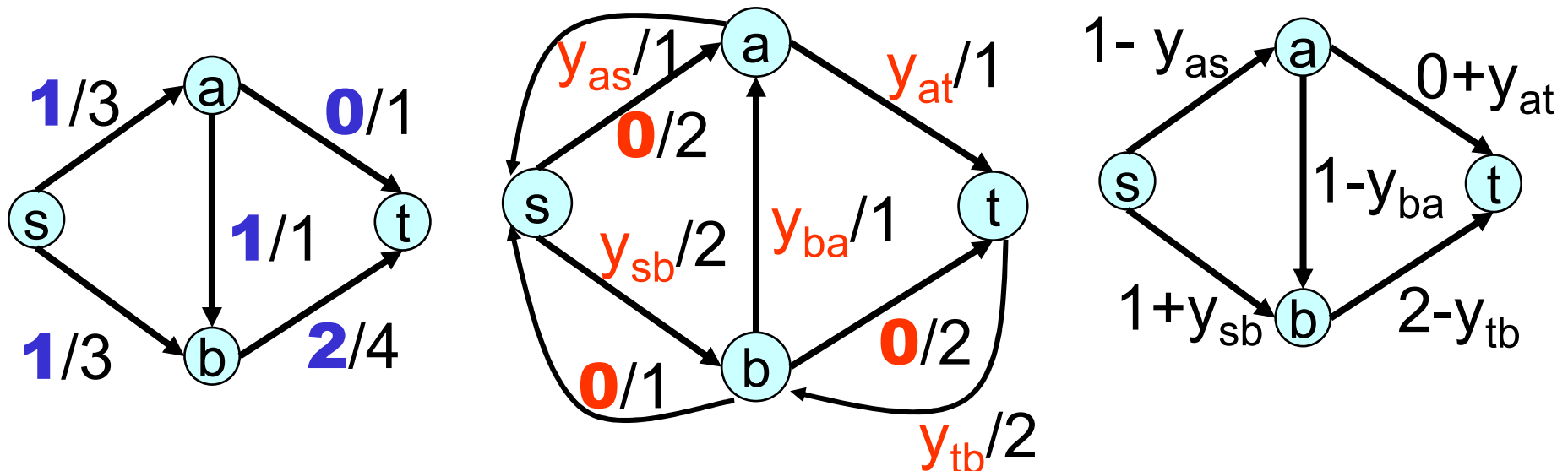
したがって, フロー x' は容量条件を満たす

残余ネットワークでの流量保存条件より,

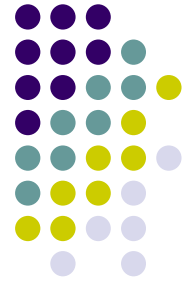
$$y_{at} + y_{as} = 0 + y_{ba}, y_{ba} + 0 + 0 = y_{sb} + y_{tb}$$

これらの等式より, $(0 + y_{at}) + (1 - y_{ba}) = 1 - y_{as}, 2 - y_{tb} = (1 + y_{sb}) + (1 - y_{ba})$

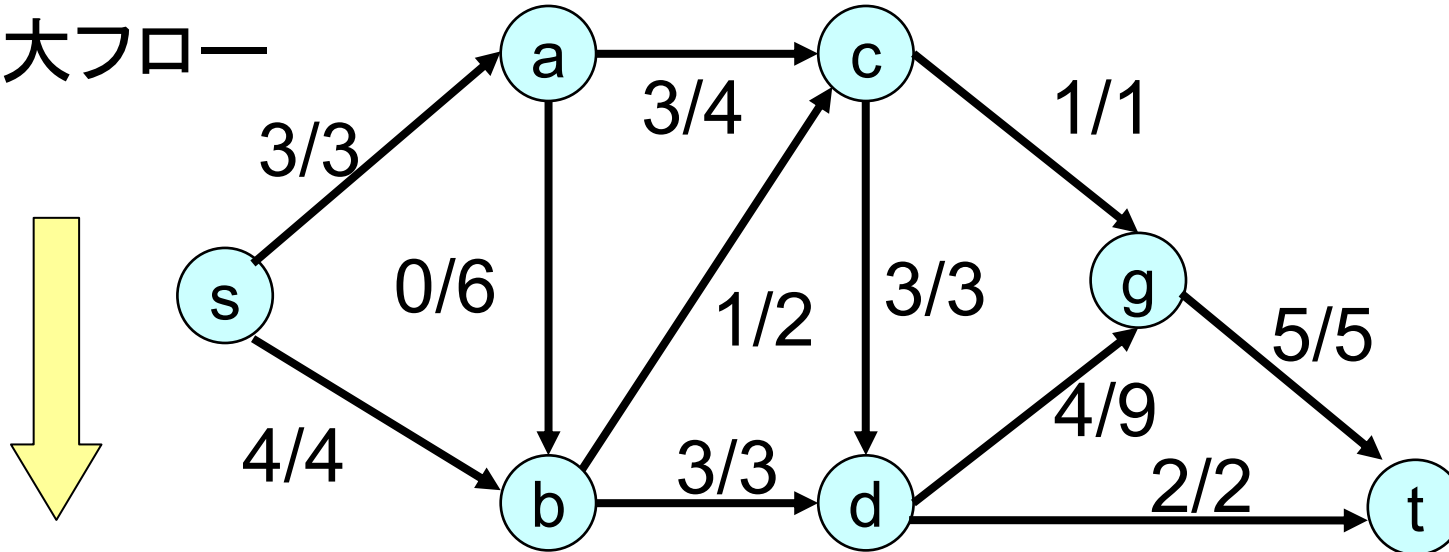
したがって, フロー x' は流量保存条件を満たす



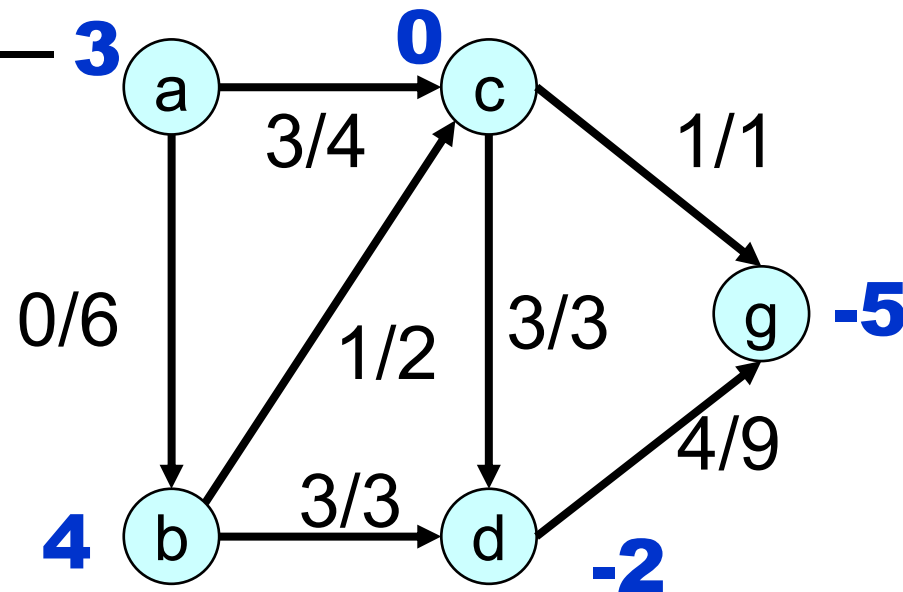
問題3 : スライド17枚目の最大フロー問題を解いて、供給・需要を満たすフローを求めなさい。



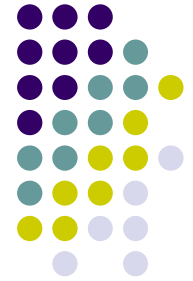
最大フロー



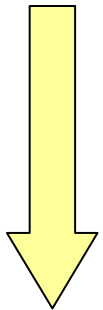
供給・需要を満たすフロー **3**



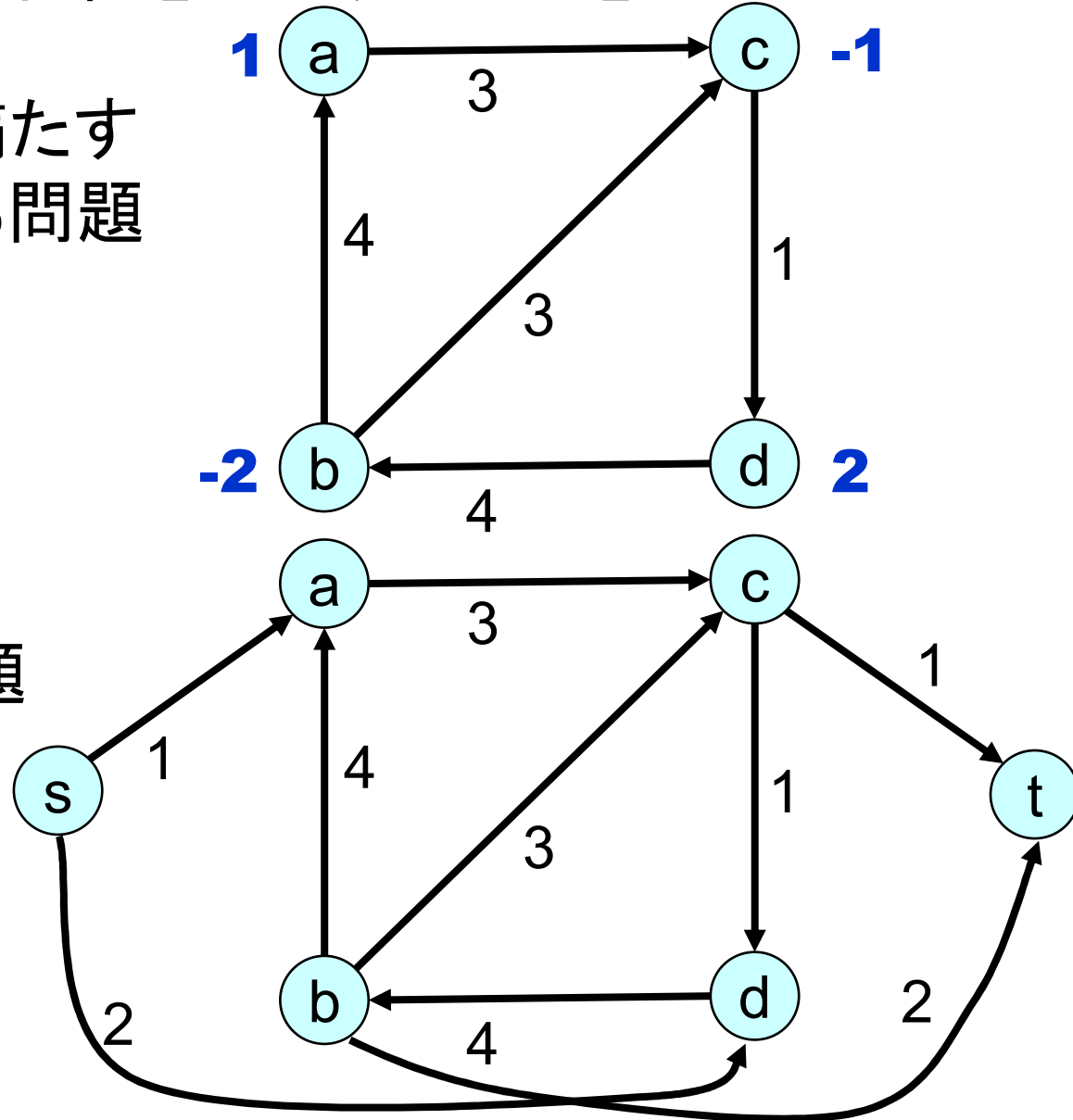
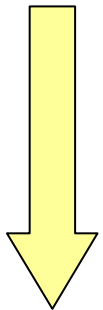
問題4：スライド19枚目の最大フロー問題を解いて、
上下限制約を満たすフローを求めなさい。



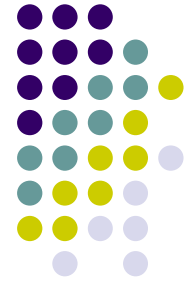
供給・需要を満たす
フローを求める問題



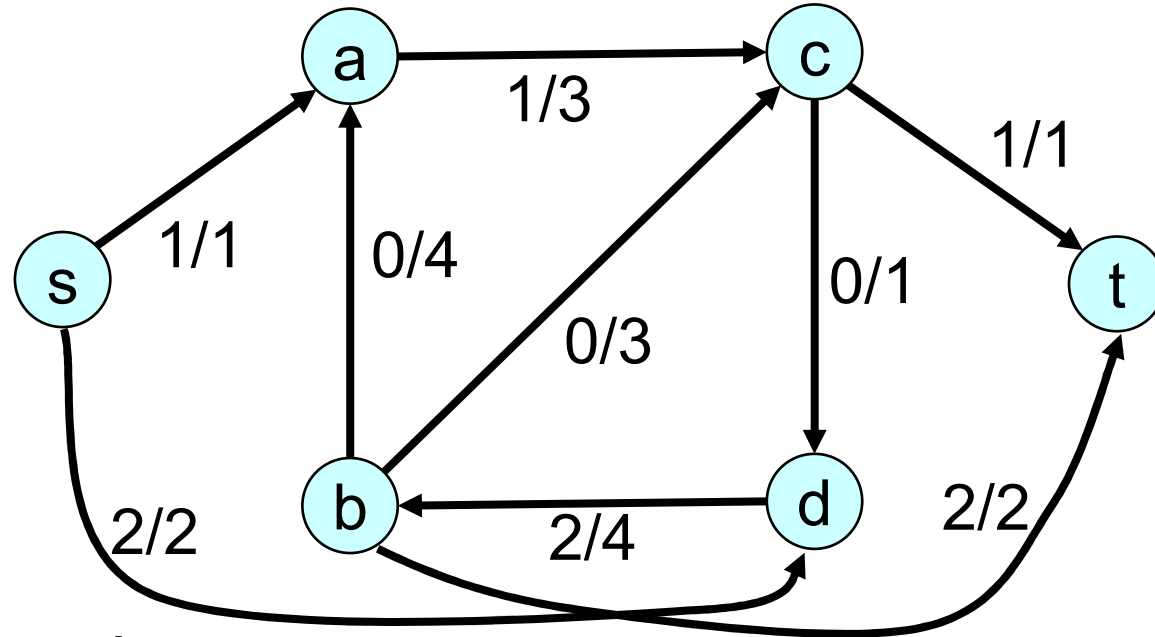
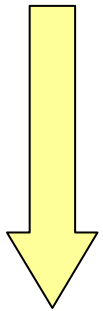
最大フロー問題



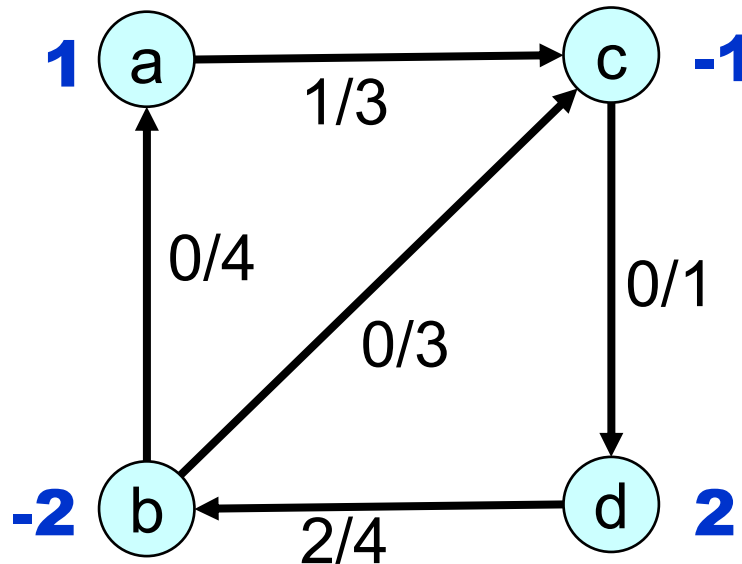
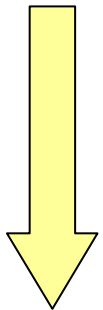
問題4 : スライド19枚目の最大フロー問題を解いて、
上下限制約を満たすフローを求めなさい。



最大フロー



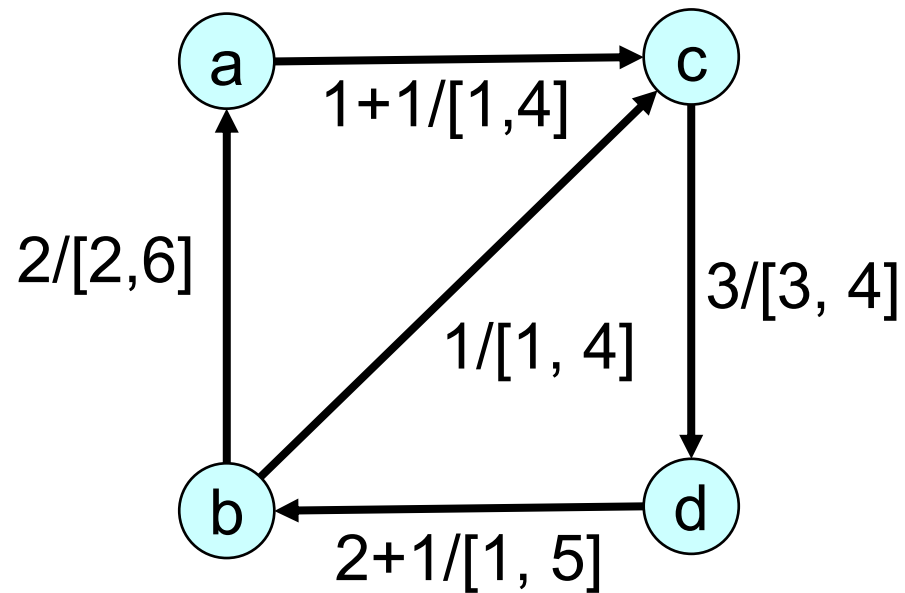
供給・需要を満たす
フロー



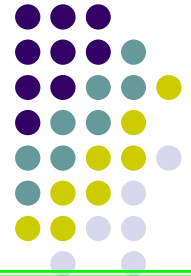
問題4 : スライド19枚目の最大フロー問題を解いて,
上下限制約を満たすフローを求めなさい.



上下限制約を満たすフロー



応用: 上下限制約を満たすフローを求める



入力: 有向グラフ $G = (V, E)$

各枝 $(i, j) \in E$ フローの **上限値** u_{ij} , **下限値** l_{ij} ($0 \leq l_{ij} \leq u_{ij}$)

出力: 次の条件を満たすフロー

●各頂点 $i \in V$ での **流量保存条件**
(i から流出するフロー量)

$$-(i \text{ に流入するフロー量}) = 0$$

●各枝 (i, j) の **上下限条件**

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij}$$

