

学籍番号	名前

2007年度 数理計画法 期末試験問題 [50点満点]
2008年1月31日(木) 13時00分～14時30分(90分間)

注意事項

1. 講義ノート、参考図書、ノート、電卓、計算機などの持込みは不可。
2. 解答は各設問の下、もしくは右側のページに書くこと。
3. 試験問題は全部でA4用紙7枚からなる。なお、最後の1枚は計算用紙なので取り外しても良い。

試験の成績の問合せについて

次のいずれかの方法で問い合わせてください。なお、2月8日午後6時で単位の可否が確定します。

1. 塩浦の研究室を訪問して直接聞く。本人確認のため、問合せの際は学生証を提示してください。研究室は情報科学研究科棟8階803号室です。
2. 電子メールにて問い合わせる。本人確認のため、問合せの際は東北大学でのメールアドレスを使ってメールを送信してください。携帯電話および自宅PC用のメールアドレスからのメールには返事をしません。

問題 1.

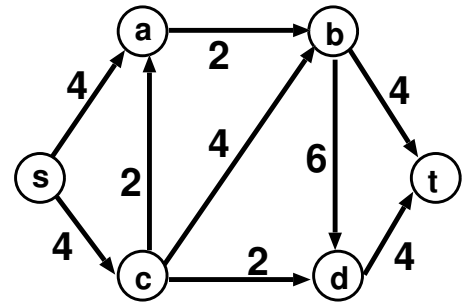
右図のネットワークにおいて、頂点 s から t への最大フローを求めたい。なお、各枝の数値はその枝の容量を表している。

(a) この最大フロー問題を定式化せよ。「最大化... 条件...」の形で、全ての条件を省略せずを書くこと。

(b) 問 (a) の定式化に出てくる式を用いて、 s - t カット $(S, T) = (\{s, a, b\}, \{t, c, d\})$ の容量が需要点 t に流れ込むフロー量以上であることを証明せよ。

(c) この問題の最大フローをパス増加法により求めよ。アルゴリズムの各反復で用いた残余ネットワーク、選んだ s - t パス、更新した後のフローを省略せずを書くこと。

(d) 上記のネットワークの最小カットおよびその容量を求めよ。

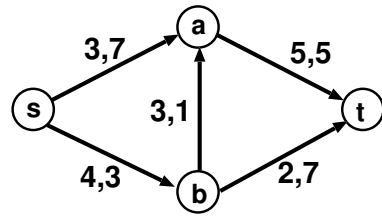


問題 1 の解答欄

問題 1 の解答欄

問題 2.

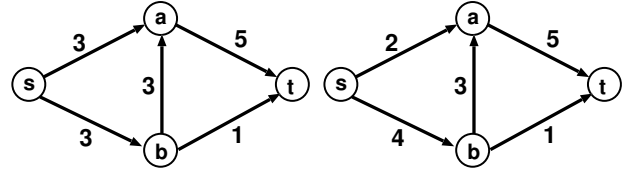
(a) 右図のネットワークにおける最小費用フローを求めたい。 t における需要量 (s における供給量) は6とする。各枝の左側の数値は容量、右側の数値は費用を表す。



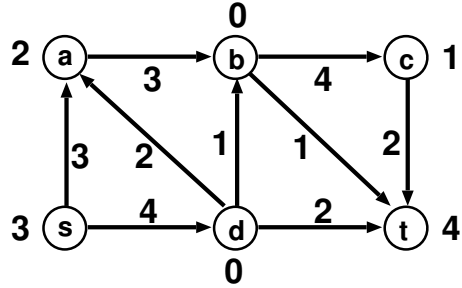
(a-1) この最小費用フロー問題を定式化せよ。

「最小化... 条件...」の形とし、全ての条件を省略せずに書くこと。

(a-2) 右図は2種類のフローを表す。それぞれのフローに対して残余ネットワークを書け。また、残余ネットワークを用いて、それらのフローが最適かどうか判定せよ。その理由も書くこと。



(b) 右図のようなネットワークにおいて需要供給を満たすフローを求めたい。各枝の数値は容量を表し、各頂点の数値は需要供給量 (正の値は供給量、負の値は需要量) を表す。需要供給を満たすフローを求める問題は最大フロー問題に帰着することができるが、そのやり方を説明せよ。なお、需要供給を満たすフローを具体的に計算する必要はない。



問題 2 の解答欄

問題 2 の解答欄

問題 3.

- (a) 最急降下法とニュートン法の解の更新方法をそれぞれ説明せよ。
 - (b) 最急降下法と比較したときのニュートン法の長所、短所をそれぞれ挙げよ。
 - (c) 関数 $f(x) = x^3 + 6x^2$ に対して、初期点を $x = 2$ としてニュートン法を実行したときの、2回目の反復終了後の点を計算せよ。
-

問題 3 の解答欄

問題 3 の解答欄

問題 4.

(a) 凸関数および狭義凸関数の定義を書け。

(b) 関数 $f(x) = \max\{0, x\}$ が凸関数であることを証明せよ。また、狭義凸関数でない理由を定義に基づいて説明せよ。

(c) 関数 f の停留点が極小点であるための十分条件(2次の最適性条件)を述べよ。

(d) 関数 $f(x, y) = x^4 + 4x^3 + y^3 - 3y$ の停留点を全て求めよ。また、(c) で述べた 2 次の最適性条件を使って極小解を求めよ。

問題 4 の解答欄

問題 4 の解答欄

計算用紙