

学籍番号	名前

2009 年度 アルゴリズムとデータ構造 中間試験問題 [50 点満点]

2009 年 6 月 4 日(木)午前 8 時 50 分～10 時 20 分 (90 分)

注意事項

1. 講義ノート，参考図書，講義資料，電卓，計算機などの持ち込みは一切不可。
2. 解答は各設問の下，もしくは右側のページに書くこと。
3. 試験問題は問 1 から問 5 までである。

問 1 :

(1) 非負整数 $n = 0, 1, 2, \dots$ に関する関数 $f(n)$ と $g(n)$ に対して, $f(n) = O(g(n))$ であることの定義を書きなさい. ここで, アルファベット大文字の O (オー)はオーダー記法の O である.

(2) 非負整数 $n = 0, 1, 2, \dots$ に関する関数 $f(n)$, $g(n)$ と $h(n)$ に対して,

$$f(n) = O(g(n)) \quad \text{および} \quad g(n) = O(h(n))$$

が成り立つと仮定する. このとき, $f(n) = O(h(n))$ が成り立つことを証明しなさい.

(3) 以下の関数をオーダー記法 O (オー) を用いて簡潔に書きなさい.

例 : $n^2 + 3n + 100 = O(n^2)$

(i) $n \log n + n^{1.5} + 1000 n$

(ii) $n! + n^n + n^{10000}$

解答欄

解答欄

問 2:

配列に入れられた整数の集合 $3, 2, 0, 5, 8, 3, 4, 1$ を，マージソートを使ってソートしたい。

- (1) マージソートの基本となるアイデアを，例や図を使いながら説明しなさい。
 - (2) マージソートでは，ソートされた 2 つの部分配列をマージする必要がある。2 つの部分配列として $0, 2, 3, 5$ と $1, 3, 4, 8$ を用いて，マージの効率的なやり方について説明しなさい。また，2 つの部分配列の長さがそれぞれ $n/2$ のとき，マージの最悪時間計算量を解析しなさい。
 - (3) ソートすべき整数の数が 2 のべき乗 2^k (k は非負の整数) のとき，マージソートの再帰の深さ (再帰呼び出しの回数) は $O(k)$ となる。これを証明しなさい。
-

解答欄

解答欄

問 3 :

アルゴリズムを効率的に実行する際、双方向リストは有用なデータ構造である。

- (1) 双方向リストはどのようなデータ構造であるか？例や図を用いながら詳しく説明しなさい。
 - (2) 現在、双方向リストの中に整数 5, 8, 2 がこの順番で格納されていると仮定する。この双方向リストを図で書き表しなさい。
 - (3) 上記で述べた双方向リストの先頭に、整数 3 を挿入したい。その手順について、図を使いながら詳しく説明しなさい。また、その最悪時間計算量についても解析しなさい。
-

解答欄

解答欄

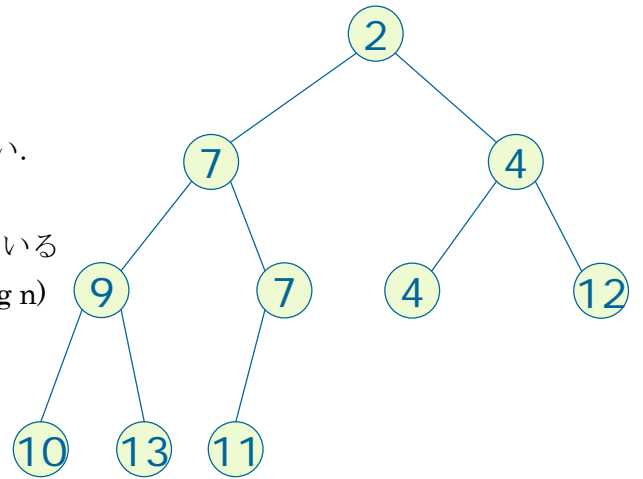
問 4 :

右に書いた 2 分木は、ヒープを表している。

- (1) 2 分木がヒープであるための条件を書きなさい。
- (2) 右に書いたヒープに、新たに整数 5 を追加したい。

その手順を、図を使いながら説明しなさい。

- (3) 一般に、ヒープが n 個の要素 (整数) を持っているとき、新たな要素の追加に必要な最悪時間計算量は $O(\log n)$ となる。これを証明しなさい。



解答欄

解答欄

問 5 :

n 個の整数が与えられたとき、第 p 番目に大きい要素（整数）を求めたい。

（1）第 p 番目に大きい要素を求める際、**QUICKSELECT** というアルゴリズムが利用できる。このアルゴリズムの基本的なアイデアについて、例や図を使いながら詳しく説明しなさい。

（2）**QUICKSELECT** の最悪時間計算量を解析しなさい。

解答欄

解答欄

