

学籍番号	名前

2009 年度 アルゴリズムとデータ構造 期末試験問題 [50 点満点]

2009 年 8 月 6 日(木)午前 8 時 50 分～10 時 20 分 (90 分)

注意事項

1. 講義ノート，参考図書，講義資料，電卓，計算機などの持ち込みは一切不可．
2. 解答は各設問の下，もしくは右側のページに書くこと．
3. 試験問題は問 1 から問 5 までである．

問 1:

n 個の正整数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ および非負整数 b が与えられたとき,

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b$$

を満たす 0-1 ベクトル $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ が存在するかどうかを問う問題を, 部分和問題と呼ぶ. この問題は動的計画法を用いて解くことが出来る.

- (1) 部分和問題に対する動的計画法はどのようなアイデアに基づいて設計されているか, 詳しく説明しなさい. (ヒント: 問題の解き方を説明するだけでは不十分. なぜ動的計画法で正しい答えが求められるのか, 説明すること.)
- (2) 動的計画法を使って, 下記の部分和問題を解きなさい. 途中の計算過程 (部分問題に対する計算結果) は**表にまとめて**書くこと.

$$n = 5, \quad a_1 = 3, a_2 = 7, a_3 = 5, a_4 = 8, a_5 = 2, \quad b = 11$$

解答欄

解答欄

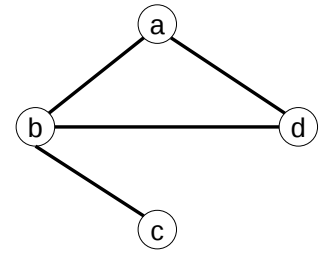
問 2:

(1) 有向グラフを表現するデータ構造として、接続行列、隣接行列、隣接リストの3つがよく知られている。

(1-1) 接続行列、隣接行列、隣接リストはどのようなデータ構造か？
右の無向グラフを例にとって具体的に説明しなさい。

(1-2) グラフの頂点数が n 、枝数が m のときに、接続行列、隣接行列、隣接リストのそれぞれのデータ構造が必要とする領域計算量を示しなさい。また、その理由（証明）も書くこと。

(2) n 個の要素からなる集合族の併合（マージ）を実現するために、配列をデータ構造として使う簡単な方法がある。このとき、2つの演算 **MERGE**, **FIND** をどのように実現するか、説明しなさい。また、**MERGE** と **FIND** の時間計算量を解析しなさい（証明も書くこと）。



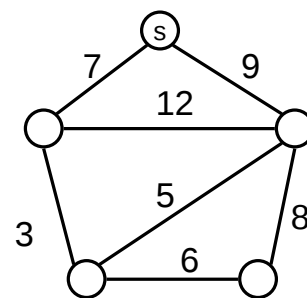
解答欄

解答欄

問 3 :

最小全域木問題はプリムのアルゴリズムによって解くことができる。

- (1) このアルゴリズムの手順を説明しなさい。(ヒント:「連結成分」というキーワードを使うこと)
- (2) 右のグラフにおいて、数字は各枝の長さを表している。このグラフの最小全域木をプリムのアルゴリズムによって求めなさい。ただし、最初の頂点は s とすること。解答には、**最小全域木に含まれる枝集合、および各枝がどのような順番で追加されたか**、を書けば十分である。途中の計算過程は記述しなくてもよい。



解答欄

解答欄

問4：最短路問題について考える.

(1) 頂点 s から各頂点 v への長さを $f(v)$ と表すことにする. このとき, グラフの各枝 (x, y) に対し, 不等式 $f(y) \leq f(x) + d(x, y)$ が成り立つことを証明しなさい. なお, $d(x, y)$ は枝 (x, y) の長さを表し, 非負の値であると仮定する.

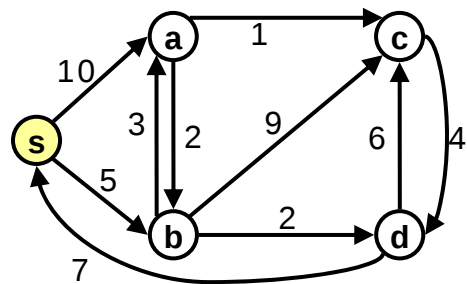
(2) 右のグラフにおいて, 頂点 s から全頂点への最短路をダイクストラのアルゴリズムによって求めなさい. 解答には, 各反復における

各頂点への最短路長の暫定値,

最短路が求められた頂点集合,

最短路木を表す配列,

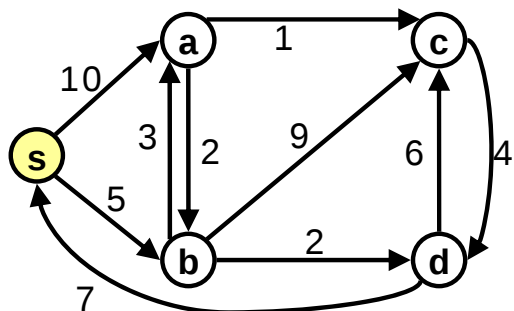
を書けばよい. 解答は右のページに書くこと.



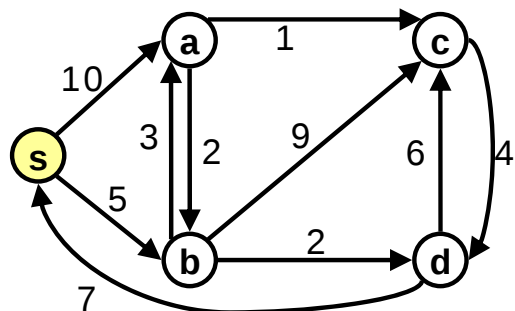
解答欄

(2)の解答欄

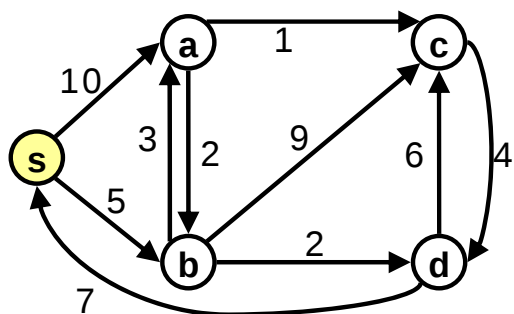
初期状態



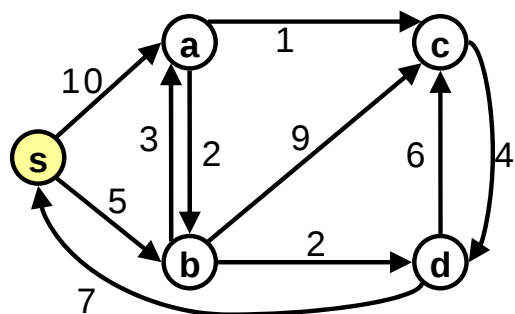
第1回目の反復後



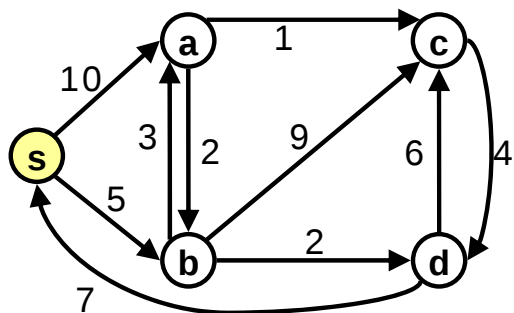
第2回目の反復後



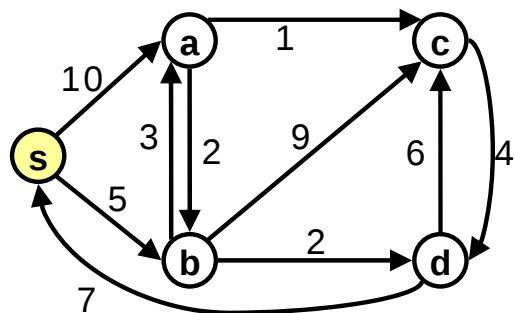
第3回目の反復後



第4回目の反復後



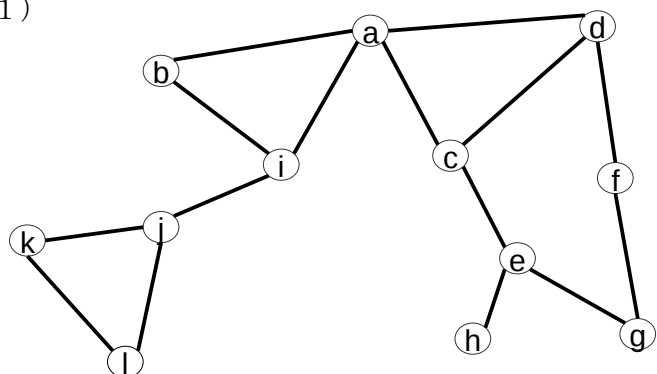
第5回目の反復後



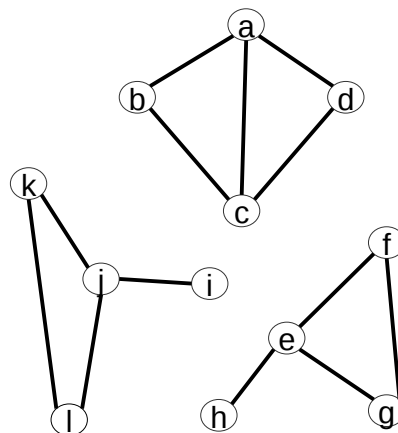
問 5：

下記の2つの無向グラフに対して、深さ優先探索を実行することを考える．ただし、頂点はアルファベット順に未走査かどうか、チェックされるものとする（すなわち、最初に走査される頂点は a である）．このとき、各頂点が初めて走査された順番（番号）を書きなさい． 解答には、途中の計算過程は書かなくても良い

(1)

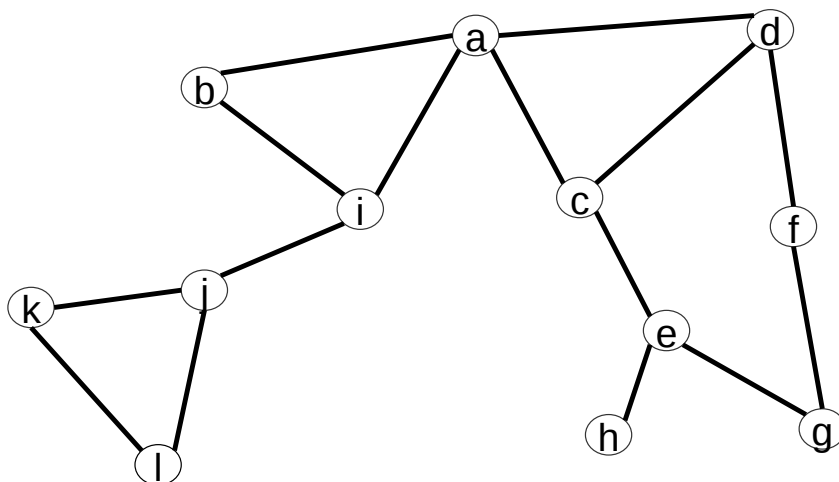


(2)



解答欄

(1)の解答欄



(2)の解答欄

